

EXERCICE 3A.1

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n$

- Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
- Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
- Démontrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme u_0 et la raison.

EXERCICE 3A.2

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{n}{2}$

- Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
- Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
- Démontrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme u_0 et la raison.

EXERCICE 3A.3

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2n + 5$

- Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
- Exprimer u_{n+1} en fonction de n .
- Démontrer que (u_n) est une suite arithmétique dont on précisera le premier terme u_0 et la raison.

EXERCICE 3A.4

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2$

- Calculer u_1 ; u_2 et u_3 .
- (u_n) est-elle une suite arithmétique ?

EXERCICE 3A.5

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 1 - 4n$

(u_n) est-elle une suite arithmétique ?

EXERCICE 3A.6

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 1 - 5n^2$

(u_n) est-elle une suite arithmétique ?

Dans tous les exercices qui suivent, (u_n) est une suite arithmétique de raison r .

*On rappelle la formule : $u_n = u_0 + nr = u_1 + (n-1)r$
et $u_m = u_p + (m-p)r$*

EXERCICE 3A.7

- On donne $u_0 = 5$ et $r = -2$. → Calculer u_7 .
- On donne $u_0 = -7$ et $r = \frac{3}{2}$. → Calculer u_5 .
- On donne $u_1 = 7$ et $r = \frac{-5}{7}$. → Calculer u_7 .

EXERCICE 3A.8

- On donne $u_3 = 8$ et $r = 4$. → Calculer u_{11} .
- On donne $u_2 = -7$ et $r = 2$. → Calculer u_8 .
- On donne $u_{12} = 31$ et $r = -\frac{1}{2}$. → Calculer u_{17} .

EXERCICE 3A.9

- On donne $u_2 = 15$ et $u_{12} = 10$.
→ Calculer r puis u_{16} .
- On donne $u_5 = 12$ et $u_{17} = 72$.
→ Calculer r puis u_{21} .
- On donne $u_7 = 4$ et $u_4 = 7$.
→ Calculer r puis u_{35} .

EXERCICE 3A.10

- Soit (u_n) la suite arithmétique :
 - de premier terme $u_0 = 5$
 - de raison $r = 2$.
 - Calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$.
- Soit (u_n) la suite arithmétique :
 - de premier terme $u_1 = 1$
 - de raison $r = \frac{1}{3}$.
 - Calculer $u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$.
- Soit (u_n) la suite arithmétique :
 - de premier terme $u_5 = 8$
 - de raison $r = -\frac{1}{2}$.
 - Calculer $u_5 + \dots + u_{10}$.

EXERCICE 3A.11

A l'aide d'une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison, calculer la somme :

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 100$$

(soit la somme des 50 premiers nombres pairs).

EXERCICE 3A.12

En janvier, un jeune diplômé décide d'ouvrir une concession automobile. Ce premier mois, il vend 3 voitures. Ensuite, chaque mois il vendra 2 voitures de plus que le mois précédent.

- a. Définir une suite arithmétique de premier terme u_1 qui permette de déterminer le nombre de voitures vendues chaque mois.
- b. Combien de voitures vendra-t-il en février ? mai ? décembre ?
- c. Combien de voitures aura-t-il vendu au cours de la 1^{ère} année ?
- d. Combien de voiture aura-t-il vendu en 5 ans ?
- e. Combien de voitures aura-t-il vendu au cours de la 3^{ème} année.

**CORRIGE – Notre Dame de La Merci
Montpellier – M. Quet**

EXERCICE 3A.1

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 3n$

a. $u_1 = 3 \times 1 = 3$; $u_2 = 3 \times 2 = 6$ et $u_3 = 3 \times 3 = 9$.

b. $u_{n+1} = 3(n+1) = 3n+3$

c. $u_{n+1} - u_n = 3n+3 - 3n = 3$ donc (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3 \times 0 = 0$ et de raison $r = 3$.

EXERCICE 3A.2

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = \frac{n}{2}$

a. $u_1 = \frac{1}{2}$; $u_2 = \frac{2}{2} = 1$ et $u_3 = \frac{3}{2}$.

b. $u_{n+1} = \frac{n+1}{2}$

c. $u_{n+1} - u_n = \frac{n+1}{2} - \frac{n}{2} = \frac{1}{2}$ donc (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = \frac{0}{2} = 0$ et de raison $r = \frac{1}{2}$.

EXERCICE 3A.3

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 2n + 5$

a. $u_1 = 2 \times 1 + 5 = 7$; $u_2 = 2 \times 2 + 5 = 9$ et $u_3 = 2 \times 3 + 5 = 11$.

b. $u_{n+1} = 2 \times (n+1) + 5 = 2n+7$

c. $u_{n+1} - u_n = (2n+7) - (2n+5) = 2n+7 - 2n-5 = 2$ donc (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2 \times 0 + 5 = 5$ et de raison $r = 2$.

EXERCICE 3A.4

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2$

a. $u_1 = 1^2 = 1$; $u_2 = 2^2 = 4$ et $u_3 = 3^2 = 9$.

b. $u_2 - u_1 = 4 - 1 = 3$ et $u_3 - u_2 = 9 - 4 = 5$

L'écart entre les premiers termes de la suite n'est pas constant donc (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

Autre méthode :

$$u_{n+1} = (n+1)^2 = n^2 + 2n + 1$$

$$u_{n+1} - u_n = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$$

L'écart entre deux termes consécutifs de la suite n'est pas constant donc (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

EXERCICE 3A.5

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 1 - 4n$:

$$u_1 = 1 - 4 \times 1 = -3$$
 ; $u_2 = 1 - 4 \times 2 = -7$

et $u_3 = 1 - 4 \times 3 = -11$.

Ainsi $u_2 - u_1 = -7 - (-3) = -4$;

$$u_3 - u_2 = -11 - (-7) = -4$$

Mais ce n'est pas parce que cela est vrai pour les premiers termes que c'est vrai pour tous les termes de cette suite

$$u_{n+1} = 1 - 4(n+1) = 1 - 4n - 4 = -4n - 3$$

$$u_{n+1} - u_n = (-4n - 3) - (1 - 4n) = -4n - 3 - 1 + 4n = -4$$

Pour tout entier n , l'écart entre deux termes consécutifs de la suite est constant donc (u_n) est une suite arithmétique.

EXERCICE 3A.6

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 1 - 5n^2$

$$u_1 = 1 - 5 \times 1^2 = -4$$
 ; $u_2 = 1 - 5 \times 2^2 = -19$

et $u_3 = 1 - 5 \times 3^2 = -44$.

Ainsi : $u_2 - u_1 = -19 - (-4) = -15$;

$$u_3 - u_2 = -44 - (-19) = -25$$

L'écart entre les premiers termes de la suite n'est pas constant donc (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

Autre méthode :

$$u_{n+1} = 1 - 5(n+1)^2 = 1 - 5(n^2 + 2n + 1) \\ = -5n^2 - 10n - 4$$

$$u_{n+1} - u_n = -5n^2 - 10n - 4 - (1 - 5n^2) = -10n - 5$$

L'écart entre deux termes consécutifs de la suite n'est pas constant (il dépend de la valeur de n) donc (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

Dans tous les exercices qui suivent, (u_n)

est une suite arithmétique de raison r .

On rappelle la formule : $u_n = u_0 + nr = u_1 + (n-1)r$

EXERCICE 3A.7

a. On donne $u_0 = 5$ et $r = -2$.

$$\rightarrow u_7 = u_0 + 7r = 5 + 7 \times (-2) = 5 - 14 = -9$$

b. On donne $u_0 = -7$ et $r = \frac{3}{2}$.

$$\rightarrow u_5 = u_0 + 5r = -7 + 5 \times \frac{3}{2} = -\frac{14}{2} + \frac{15}{2} = \frac{1}{2}$$

c. On donne $u_1 = 7$ et $r = \frac{-5}{7}$.

$$\rightarrow u_7 = u_1 + (7-1)r = 7 + 6 \times \left(-\frac{5}{7}\right) = \frac{19}{7}$$

EXERCICE 3A.8

a. On donne $u_3 = 8$ et $r = 4$.

$$\rightarrow u_{11} = u_3 + (11-3)r = 8 + 8 \times 4 = 8 + 32 = 40$$

b. On donne $u_2 = -7$ et $r = 2$.

$$\rightarrow u_8 = u_2 + (8-2)r = -7 + 6 \times 2 = -7 + 12 = 5$$

c. On donne $u_{12} = 31$ et $r = -\frac{1}{2}$

$$u_{17} = u_{12} + (17-12)r = 31 + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{62}{2} - \frac{5}{2} = \frac{57}{2}$$

EXERCICE 3A.9

a. On donne $u_2 = 15$ et $u_{12} = 10$.

\rightarrow Calculer de la raison r :

$$u_{12} = u_2 + (12-2)r \Leftrightarrow 10 = 15 + 10r$$

$$\Leftrightarrow -5 = 10r \Leftrightarrow \frac{-5}{10} = r \Leftrightarrow r = -\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow u_{16} = u_{12} + (16-12)r = 10 + 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 8$$

b. On donne $u_5 = 12$ et $u_{17} = 72$.

\rightarrow Calculer de la raison r :

$$u_{17} = u_5 + (17-5)r \Leftrightarrow 72 = 12 + 12r$$

$$\Leftrightarrow 60 = 12r \Leftrightarrow \frac{60}{12} = r \Leftrightarrow r = 5$$

$$\rightarrow u_{21} = u_5 + (21-5)r = 12 + 16 \times 5 = 92$$

c. On donne $u_7 = 4$ et $u_4 = 7$.

$$u_7 = u_4 + (7-4)r \Leftrightarrow 4 = 7 + 3r$$

$$\Leftrightarrow -3 = 3r \Leftrightarrow \frac{-3}{3} = r \Leftrightarrow r = -1$$

$$\rightarrow u_{35} = u_7 + (35-7)r = 4 + 28 \times (-1) = -24$$

EXERCICE 3A.10

a. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 2$.

$$\rightarrow u_{10} = u_0 + 10r = 5 + 10 \times 2 = 25$$

$$\begin{aligned} \rightarrow u_0 + u_1 + \dots + u_{10} &= (u_0 + u_{10}) \times \frac{11}{2} \\ &= (5 + 25) \times \frac{11}{2} = 165 \end{aligned}$$

b. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $r = \frac{1}{3}$.

$$\rightarrow u_{10} = u_1 + 9r = 1 + 9 \times \frac{1}{3} = 4$$

$$\begin{aligned} \rightarrow u_1 + u_2 + \dots + u_{10} &= (u_1 + u_{10}) \times \frac{10}{2} \\ &= (1 + 4) \times 5 = 25 \end{aligned}$$

c. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_5 = 8$ et de raison $r = -\frac{1}{2}$.

$$\rightarrow u_{10} = u_5 + (10-5)r = 8 + 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{11}{2}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow u_5 + \dots + u_{10} &= (u_5 + u_{10}) \times \frac{10-5+1}{2} \\ &= \left(8 + \frac{11}{2}\right) \times \frac{6}{2} = \frac{27}{2} \times 3 = \frac{81}{2} \end{aligned}$$

EXERCICE 3A.11

A l'aide d'une suite arithmétique dont on précisera le premier terme et la raison, calculer la somme :

$$S = 2 + 4 + 6 + \dots + 100$$

(c'est-à-dire la somme des 50 premiers nombres pairs).

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $r = 2$.

ATTENTION : le 49 terme de (u_n) est :

$$u_{49} = u_0 + 49r = 2 + 49 \times 2 = 2 + 98 = 100$$

$$\sum_{i=0}^{49} u_i = (u_0 + u_{49}) \times \frac{49+1}{2} = (2 + 100) \times \frac{50}{2} = 2550$$

EXERCICE 3A.12

En janvier, un jeune diplômé décide d'ouvrir une concession automobile. Ce premier mois, il vend 3 voitures. Ensuite, chaque mois il vendra 2 voitures de plus que le mois précédent.

- a.** Définir une suite arithmétique de premier terme u_1 qui permette de déterminer le nombre de voitures vendues chaque mois.

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme

$$u_1 = 3 \text{ et de raison } r = 2.$$

- b.** Nombre de voitures vendues en février :

$$u_2 = u_1 + r = 3 + 2 = 5 \text{ ?}$$

Nombre de voitures vendues en mai :

$$u_5 = u_1 + (5-1)r = 3 + 4 \times 2 = 11$$

Nombre de voitures vendues en décembre :

$$u_{12} = u_1 + (12-1)r = 3 + 11 \times 2 = 25$$

- c.** Nombre de voitures vendues au cours de la 1^{ère} année :

$$\sum_{i=1}^{i=12} u_i = (u_1 + u_{12}) \times \frac{12}{2} = (3 + 25) \times 6 = 168$$

- d.** Nombre de voitures vendues en 5 ans :

$$u_{60} = u_1 + (60-1)r = 3 + 59 \times 2 = 121$$

$$\sum_{i=1}^{i=60} u_i = (u_1 + u_{60}) \times \frac{60}{2} = (3 + 121) \times 30 = 3720$$

- e.** Nombre de voitures vendues au cours de la 3^{ème} année :

$$\sum_{i=1}^{i=36} u_i - \sum_{i=1}^{i=24} u_i$$

$$u_{24} = u_1 + (24-1)r = 3 + 24 \times 2 = 51$$

$$u_{36} = u_1 + (36-1)r = 3 + 36 \times 2 = 75$$

$$\sum_{i=1}^{i=36} u_i = (u_1 + u_{36}) \times \frac{36}{2} = (3 + 75) \times 18 = 1404$$

$$\sum_{i=1}^{i=24} u_i = (u_1 + u_{24}) \times \frac{24}{2} = (3 + 51) \times 12 = 648$$

$$\sum_{i=1}^{i=36} u_i - \sum_{i=1}^{i=24} u_i = 1404 - 648 = 756$$