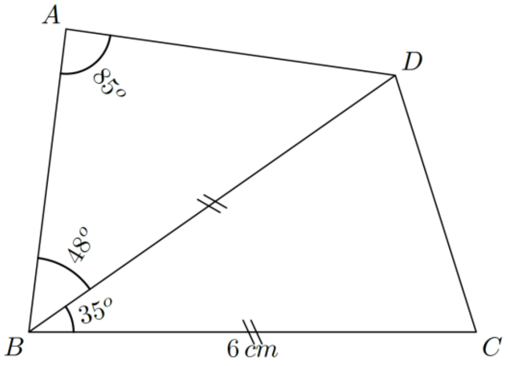
Exercices du site ChingAtome

Exercice 5D.1

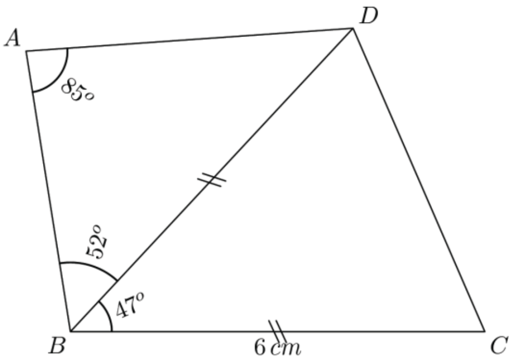
On considère le quadrilatère ABCD représenté ci-contre :



1. Les formules d'AL-Kashi donnent la relation :
$$CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2 \times BC \times BD \times \cos \widehat{DBC}$$
En déduire la mesure de la longueur DC arrondie au millimètre près.
2. En appliquant la formule des sinus exprimés dans le triangle ABD, en déduire les mesures des longueurs AB et AD arrondie au millimètre près.

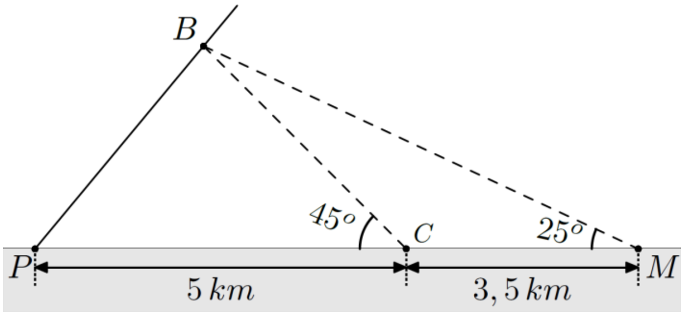
Exercice 5D.2

Déterminer les mesures des quatre côtés du quadrilatère ABCD au millimètre près.



Exercice 5D.3

Un bateau B rejoint le port P en ligne droite ; sur le bord de la rive, Marc et Cléa regardent le bateau rentré au port.



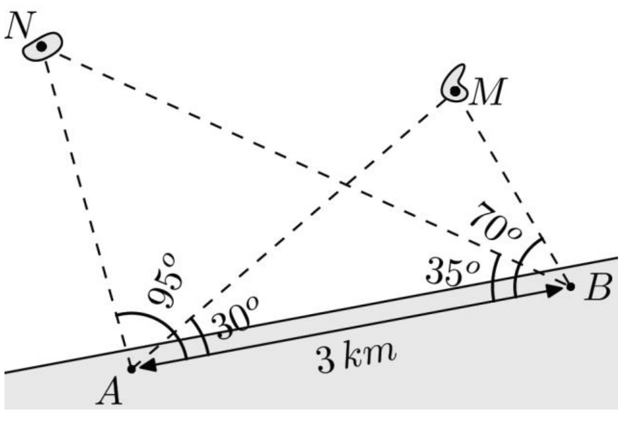
1. a. Déterminer les mesures des angles du triangle BCM.
   b. En appliquant la formule des sinus dans le triangle MBC, en déduire la longueur BC arrondie à l'hectomètre près.
2. Calculer la distance séparant le bateau du port arrondie au décamètre près.

Exercice 5D.4

Deux observateurs souhaitent mesurer la distance séparant les deux phares présents près de leur côte. Pour cela, ils se séparent de 3 km et effectuent les mesures d'angles suivants :

$\widehat{MAB} = 30°$; $\widehat{MBA} = 70°$;
$\widehat{NAB} = 95°$; $\widehat{ABN} = 35°$

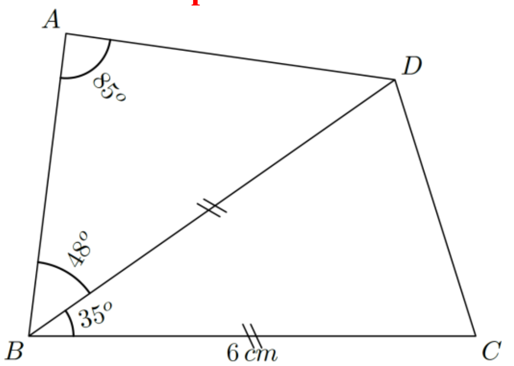
Le schéma ci-contre représente cette situation :



1. a. Déterminer la longueur du segment [AN] (au mètre près).
   b. Déterminer la longueur du segment [AM] (au mètre près).
2. Déterminer la longueur du segment [MN] (à l'hectomètre près).

Exercice 5D.1

On considère le quadrilatère ABCD représenté ci-contre :



1. *Les formules d'AL-Kashi donnent la relation :*

$$CD^2 = BC^2 + BD^2 - 2\times BC\times BD\times \cos\widehat{DBC}$$

En déduire la mesure de la longueur DC arrondie au millimètre près.

2. *En appliquant la formule des sinus exprimés dans le triangle ABD, en déduire les mesures des longueurs AB et AD arrondie au millimètre près.*

1. Dans le triangle BCD : $BC = BD = 6\,\text{cm}$.
D'après la formule d'AL-Kashi dans le triangle BCD :

$$\begin{aligned} CD^2 &= BC^2 + BD^2 - 2\times BC\times BD\times \cos\widehat{DBC} \\ &= 6^2 + 6^2 - 2\times 6\times 6\times \cos 35 \\ &\simeq 13{,}021 \end{aligned}$$

$$CD \simeq \sqrt{13{,}021} \simeq 3{,}6\,\text{cm}.$$

2. La somme des angles du triangle ABD vaut 180° donc :

$$\widehat{ADB} = 180 - \widehat{ABD} - \widehat{BAD} = 180 - 48 - 85 = 47°$$

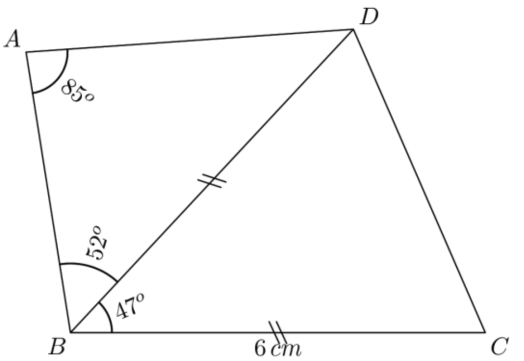
D'après la loi des sinus dans le triangle ABD :

$$\frac{\sin ADB}{AB} = \frac{\sin BAD}{BD} \Leftrightarrow \frac{\sin 47}{AB} = \frac{\sin 85}{6} \Leftrightarrow AB\times \sin 85 = 6\times \sin 47 \Leftrightarrow AB = \frac{6\times \sin 47}{\sin 85} \simeq 4{,}4\ \text{cm}$$

$$\frac{\sin ABD}{AD} = \frac{\sin BAD}{BD} \Leftrightarrow \frac{\sin 48}{AD} = \frac{\sin 85}{6} \Leftrightarrow AD\times \sin 85 = 6\times \sin 48 \Leftrightarrow AD = \frac{6\times \sin 48}{\sin 85} \simeq 4{,}5\ \text{cm}$$

Exercice 5D.2

Déterminer les mesures des quatre côtés du quadrilatère ABCD au millimètre près.



D'après la formule d'AL-Kashi dans le triangle BCD :

$$\begin{aligned} CD^2 &= BC^2 + BD^2 - 2\times BC\times BD\times \cos\widehat{DBC} \\ &= 6^2 + 6^2 - 2\times 6\times 6\times \cos 47 \\ &\simeq 22{,}896 \end{aligned}$$

$$CD \simeq \sqrt{22{,}896} \simeq 4{,}8\,\text{cm}.$$

La somme des angles du triangle ABD vaut 180° donc :

$$\widehat{ADB} = 180 - \widehat{ABD} - \widehat{BAD} = 180 - 52 - 85 = 43°$$

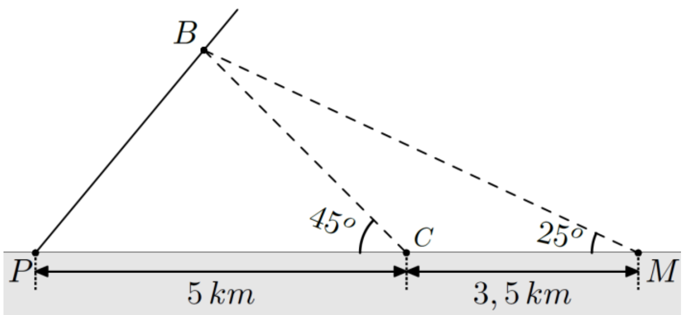
D'après la loi des sinus dans le triangle ABD :

$$\frac{\sin ADB}{AB} = \frac{\sin BAD}{BD} \Leftrightarrow \frac{\sin 43}{AB} = \frac{\sin 85}{6} \Leftrightarrow AB\times \sin 85 = 6\times \sin 43 \Leftrightarrow AB = \frac{6\times \sin 43}{\sin 85} \simeq 4{,}1\ \text{cm}$$

$$\frac{\sin ABD}{AD} = \frac{\sin BAD}{BD} \Leftrightarrow \frac{\sin 52}{AD} = \frac{\sin 85}{6} \Leftrightarrow AD\times \sin 85 = 6\times \sin 52 \Leftrightarrow AD = \frac{6\times \sin 52}{\sin 85} \simeq 4{,}7\ \text{cm}$$

Exercice 5D.3

Un bateau B rejoint le port P en ligne droite ; sur le bord de la rive, Marc et Cléa regardent le bateau rentré au port.



1. a. *Déterminer les mesures des angles du triangle BCM.*

$$\widehat{MCB} = 180 - \widehat{BCP} = 180 - 45 = 135°$$

b. *En appliquant la formule des sinus dans le triangle MBC, en déduire la longueur BC arrondie au décamètre près.*

La somme des angles du triangle MBC vaut 180° donc :

$$\widehat{CBM} = 180 - \widehat{BMC} - \widehat{MCB} = 180 - 25 - 135 = 20°.$$

D'après la loi des sinus dans le triangle ABD :

$$\frac{\sin BMC}{BC} = \frac{\sin CBM}{CM} \Leftrightarrow \frac{\sin 25}{BC} = \frac{\sin 20}{3,5} \Leftrightarrow BC \times \sin 20 = 3,5 \times \sin 25$$

$$\Leftrightarrow BC = \frac{3,5 \times \sin 25}{\sin 20} \simeq 4,30 \text{ km}$$

2. *Calculer la distance séparant le bateau du port arrondie à l'hectomètre près.*

Formule d'Al Kashi dans le triangle BCP :

$$BP^2 = BC^2 + CP^2 - 2 \times BC \times CP \times \cos \widehat{BCP}$$

$$= 2,83^2 + 5^2 - 2 \times 2,83 \times 5 \times \cos 45$$

$$BP = \sqrt{2,83^2 + 5^2 - 2 \times 2,83 \times 5 \times \cos 45} \simeq 3,605 \text{ km}.$$

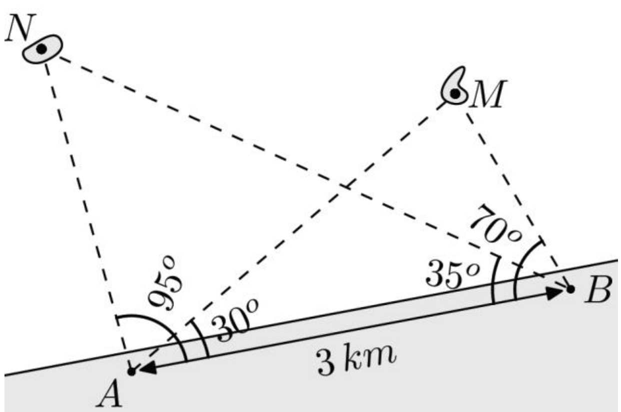
Exercice 5D.4

Deux observateurs souhaitent mesurer la distance séparant les deux phares présents près de leur côte. Pour cela, ils se séparent de 3 km et effectuent les mesures d'angles suivants :

$\widehat{MAB} = 30°$; $\widehat{MBA} = 70°$;

$\widehat{NAB} = 95°$; $\widehat{ABN} = 35°$

Le schéma ci-contre représente cette situation :



1. ***a.*** *Déterminer la longueur du segment [AN] (au mètre près).*

La somme des angles du triangle ABN vaut 180° donc :

$$\widehat{ANB} = 180 - \widehat{BAN} - \widehat{NBA} = 180 - 95 - 35 = 50°.$$

Loi des sinus dans le triangle ABN :

$$\frac{\sin NBA}{AN} = \frac{\sin ANB}{AB} \Leftrightarrow \frac{\sin 35}{AN} = \frac{\sin 50}{3} \Leftrightarrow AN \times \sin 50 = 3 \times \sin 35$$

$$\Leftrightarrow AN = \frac{3 \times \sin 35}{\sin 50} \simeq 2,246 \text{ km}$$

b. *Déterminer la longueur du segment [AM] (au mètre près).*

La somme des angles du triangle AMB vaut 180° donc :

$$\widehat{AMB} = 180 - \widehat{BAM} - \widehat{MAB} = 180 - 30 - 70 = 80°.$$

Loi des sinus dans le triangle ABM :

$$\frac{\sin MBA}{AM} = \frac{\sin AMB}{AB} \Leftrightarrow \frac{\sin 70}{AM} = \frac{\sin 80}{3} \Leftrightarrow AM \times \sin 80 = 3 \times \sin 70$$

$$\Leftrightarrow AM = \frac{3 \times \sin 70}{\sin 80} \simeq 2,863 \text{ km}$$

2. *Déterminer la longueur du segment [MN] (à l'hectomètre près).*

Nous venons de calculer les longueurs AM et AN. Dans le triangle AMN :

$$\widehat{MAN} = \widehat{BAN} - \widehat{BAM} = 95 - 30 = 65°.$$

Avec la formule d'Al Kashi :

$$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2 \times AM \times AN \times \cos \widehat{MAN}$$

$$= 2,863^2 + 2,246^2 - 2 \times 2,863 \times 2,246 \times \cos 65$$

$$MN = \sqrt{2,863^2 + 2,246^2 - 2 \times 2,863 \times 2,246 \times \cos 65} \simeq 2,794 \text{ km}.$$