Exercice 3A.1 :
Exprimer A, B, C en fonction de cos x et sin x en détaillant les différentes étapes de calcul

$$A=2\cos(-x)+\cos(\pi-x)+5\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-3\cos(\pi+x)$$

$$B=\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-5\cos(\pi-x)+4\cos(3\pi+x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)$$

$$C=\cos\left(x+\frac{5\pi}{2}\right)-2\sin(3\pi+x)+4\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$D=5\cos(x+\pi)-7\sin(\pi-x)+3\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-4\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$$

Ex 3A.2 :
Exprimer en fonction de $\cos x$ et/ou $\sin x$:

$$A=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$B=\sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$$

$$C=\cos\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\cos\left(x+\frac{4\pi}{3}\right)$$

Ex 3A.3 :
Vérifier que $\frac{5\pi}{12}=\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{4}$

puis calculer $\cos\frac{5\pi}{12}$ et $\cos\frac{7\pi}{12}$

Ex 3A.4 :
Le réel x est tel que $\cos x=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $0< x < \frac{\pi}{2}$

calculer cos $2x$ et en déduire la valeur de x

Ex 3A.5 :
Soit $x \neq \frac{k\pi}{2}$ ($k \in \mathbb{Z}$) ; calculer $\frac{\sin 3x}{\sin x}-\frac{\cos 3x}{\cos x}$

Exercice 3A.1 :

$$\begin{aligned}
A &= 2\cos(-x)+\cos(\pi-x)+5\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-3\cos(\pi+x)\\
&= 2\cos(x)-\cos(x)+5\cos(x)+3\cos(x)\\
&= 9\cos x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right)-5\cos(\pi-x)+4\cos(3\pi+x)+\cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right)\\
&= \cos x+5\cos x+4\cos(\pi+x)-\sin x\\
&= \cos x+5\cos x-4\cos x-\sin x\\
&= 2\cos x-\sin x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= \cos\left(x+\frac{5\pi}{2}\right)-2\sin(3\pi+x)+4\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) \qquad \text{or : } \frac{5\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+\frac{4\pi}{2}=\frac{\pi}{2}+2\pi\\
&= \cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-2\sin(\pi+x)-4\cos x\\
&= -\sin x+2\sin x-4\cos x\\
&= \sin x-4\cos x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D &= 5\cos(x+\pi)-7\sin(\pi-x)+3\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)-4\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)\\
&= 5\times(-\cos x)-7\times\sin x+3\times(-\sin x)-4\cos x\\
&= -5\cos x-7\sin x-3\sin x-4\cos x\\
&= -9\cos x-10\sin x
\end{aligned}$$

Formule de trigonométrie :

$$\cos(a+b)=\cos a\times\cos b-\sin a\times\sin b$$
$$\cos(a-b)=\cos a\times\cos b+\sin a\times\sin b$$
$$\sin(a+b)=\sin a\times\cos b+\cos a\times\sin b$$
$$\sin(a-b)=\sin a\times\cos b-\cos a\times\sin b$$

Exercice 3A.2 :

Exprimer en fonction de $\cos x$ et/ou $\sin x$:

$$\begin{aligned}
A &= \sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\\
&= \sqrt{2}\left(\cos x\times\cos\frac{\pi}{4}-\sin x\times\sin\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{2}\left(\sin x\times\cos\frac{\pi}{4}+\cos x\times\sin\frac{\pi}{4}\right)\\
&= \sqrt{2}\left(\cos x\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\sin x\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)+\sqrt{2}\left(\sin x\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\cos x\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\\
&= \sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos x-\sin x)+\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin x+\cos x)\\
&= \cos x-\sin x+\sin x+\cos x\\
&= 2\cos x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \sin\left(\frac{\pi}{3}+x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)\\
&= \sin\frac{\pi}{3}\times\cos x-\cos\frac{\pi}{3}\times\sin x\\
&= \frac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\frac{1}{2}\sin x
\end{aligned}$$

$$C = \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$$