EXERCICE 4A.1

Etablir le tableau de signe de chaque polynôme :

$A(x) = 2x^2 - 2x - 24 = 2(x+3)(x-4)$

x	$-\infty$	-3	4	$+\infty$
2				
$x+3$				
$x-4$				
$A(x)$				

$B(x)\ -3x^2 - 15x + 42 = -3(x-2)(x+7)$

x	$-\infty$	-7	2	$+\infty$
-3				
$x-2$				
$x+7$				
$B(x)$				

$C(x) = 10x^2 + 25x - 15 = 5(x+3)(2x-1)$

x			
$C(x)$			

$D(x) = -30x^2 + 22x + 24 = -2(3x-4)(5x+3)$

x			
$D(x)$			

$E(x) = -4x^2 + 4x + 2 = -4\left(x - \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$

x			
$E(x)$			

$F(x) = 4x^2 + 8x + 1 = 4\left(x + 1 - \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x + 1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$

x			
$F(x)$			

EXERCICE 4A.2

Etablir le tableau de signe de chaque polynôme :

$A(x) = 2(x+3)^2$

x	
$A(x)$	

$B(x) = 5(x+3)(x-8)$

x	
$B(x)$	

$C(x) = 3(x+5)(x - \frac{1}{7})$

x	
$C(x)$	

$D(x) = -(x - \frac{7}{2})(x + \frac{6}{5})$

x	
$D(x)$	

$E(x) = 3(x + 5 + \sqrt{3})(x + 5 - \sqrt{3})$

x	
$E(x)$	

$F(x) = -2(x - 3 + \sqrt{5})(x - 3 - \sqrt{5})$

x	
$F(x)$	

EXERCICE 4A.3

Déterminer la/les racine/s de chaque polynôme (si c'est possible) puis établir son tableau de signe :

$A(x) = -15x^2 - x + 2$ $B(x) = x^2 - 4$ $C(x) = 2x^2 - 5x$

$D(x) = 3x^2 - 6x + 3$ $E(x) = 3x^2 + 6x + 3$ $F(x) = 4x^2 + 3x - 1$

$G(x) = -3x^2 + x + 5$ $H(x) = 5x^2 - 10x + 2$ $I(x) = 2x + 5x^2 - 7$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – *Montpellier*

EXERCICE 4A.1

Etablir le tableau de signe de chaque polynôme :

$A(x) = 2x^2 - 2x - 24 = 2(x+3)(x-4)$

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
2		+		+		+	
$x+3$		−	0	+		+	
$x-4$		−		−	0	+	
$A(x)$		+	0	−	0	+	

$B(x) -3x^2 - 15x + 42 = -3(x-2)(x+7)$

x	$-\infty$		-7		2		$+\infty$
-3		−		−		−	
$x-2$		−		−	0	+	
$x+7$		−	0	+		+	
$B(x)$		−	0	+	0	−	

$C(x) = 10x^2 + 25x - 15 = 5(x+3)(2x-1)$

x	$-\infty$		-3		$0{,}5$		$+\infty$
5		+		+		+	
$x+3$		−	0	+		+	
$2x-1$		−		−	0	+	
$C(x)$		+	0	−	0	+	

$D(x) = -30x^2 + 22x + 24 = -2(3x-4)(5x+3)$

x	$-\infty$		$-3/5$		$4/3$		$+\infty$
-2		−		−		−	
$3x-4$		−		−	0	+	
$5x+3$		−	0	+		+	
$D(x)$		−	0	+	0	−	

$E(x) = -4x^2 + 4x + 2 = -4\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$

x	$-\infty$		$\frac{1-\sqrt{3}}{2}$		$\frac{1+\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
-4		−		−		−	
$\left(x - \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$		−		−	0	+	
$\left(x - \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$		−	0	+		+	
$E(x)$		−	0	+	0	−	

$F(x) = 4x^2 + 8x + 1 = 4\left(x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

x	$-\infty$		$-1-\frac{\sqrt{3}}{2}$		$-1+\frac{\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
4		+		+		+	
$\left(x + 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$		−		−	0	+	
$\left(x + 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$		−	0	+		+	
$F(x)$		+	0	−	0	+	

EXERCICE 4A.2

Etablir le tableau de signe de chaque polynôme :

$A(x) = 2(x+3)^2$

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$A(x)$		+	0	+	

$B(x) = 5(x+3)(x-8)$

x	$-\infty$		-3		8		$+\infty$
$B(x)$		+	0	−	0	+	

$C(x) = 3(x+5)(x-\frac{1}{7})$

x	$-\infty$		-5		$1/7$		$+\infty$
$C(x)$		+	0	−	0	+	

$D(x) = -(x-\frac{7}{2})(x+\frac{6}{5})$

x	$-\infty$		$-6/5$		$7/2$		$+\infty$
$D(x)$		−	0	+	0	−	

$E(x) = 3(x+5+\sqrt{3})(x+5-\sqrt{3})$

x	$-\infty$		$-5-\sqrt{3}$		$-5+\sqrt{3}$		$+\infty$
$E(x)$		+	0	−	0	+	

$F(x) = -2(x-3+\sqrt{5})(x-3-\sqrt{5})$

x	$-\infty$		$3-\sqrt{5}$		$3+\sqrt{5}$		$+\infty$
$F(x)$		−	0	+	0	−	

EXERCICE 4A.3

Déterminer la/les racine/s de chaque polynôme (si c'est possible) puis établir son tableau de signe :

A(x) = –15x² – x + 2

Discriminant : $\Delta=(-1)^2-4\times(-15)\times 2=121=11^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1-11}{2\times(-15)}=\frac{-10}{30}=\frac{-1}{3} \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{1+11}{2\times(-15)}=\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$$

$a=-15$ donc a < 0 d'où :

$$\mathrm{A}(x)<0 \text{ si } x\in\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right[\cup\left]\frac{2}{5};+\infty\right[$$

$$\mathrm{A}(x)>0 \text{ si } x\in\left]-\frac{1}{3};\frac{2}{5}\right[$$

B(x) = $x^2-2=x^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=\left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right)$ →les racines sont $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$

$a=1$ donc a > 0 d'où :

$$\mathrm{B}(x)>0 \text{ si } x\in\left]-\infty;-\sqrt{2}\right[\cup\left]\sqrt{2};+\infty\right[$$

$$\mathrm{B}(x)<0 \text{ si } x\in\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[$$

C(x) = $2x^2-5x=x(2x-5)$ →les racines sont **0** et $\frac{5}{2}$

$a=2$ donc a > 0 d'où :

$$\mathrm{C}(x)>0 \text{ si } x\in\left]-\infty;0\right[\cup\left]\frac{5}{2};+\infty\right[$$

$$\mathrm{C}(x)<0 \text{ si } x\in\left]0;\frac{5}{2}\right[$$

D(x) = $3x^2-6x+3=3\left(x^2-2x+1\right)=3(x-1)^2$

→quel que soit $x\in\mathbb{R}$: $\mathrm{D}(x)\geq 0$

E(x) = $3x^2+6x+3=3\left(x^2+2x+1\right)=3(x+1)^2$

→quel que soit $x\in\mathbb{R}$: $\mathrm{E}(x)\geq 0$

F(x) = $4x^2+3x-1$

Discriminant : $\Delta=3^2-4\times4\times(-1)=25=5^2$ → $\Delta>0$ donc deux solutions :

$$x_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3-5}{2\times4}=-1 \quad \text{et} \quad x_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-3+5}{2\times4}=\frac{1}{4}$$

$a=4$ donc a > 0 d'où :

$$\mathrm{F}(x)>0 \text{ si } x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]\frac{1}{4};+\infty\right[$$

$$\mathrm{F}(x)<0 \text{ si } x\in\left]-1;\frac{1}{4}\right[$$

$G(x) = -3x^2 + x + 5$

Discriminant : $\Delta = 1^2 - 4\times(-3)\times 5 = 61$ → $\Delta > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1-\sqrt{61}}{2\times(-3)} = \frac{1+\sqrt{61}}{6} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1+\sqrt{61}}{2\times(-3)} = \frac{1-\sqrt{61}}{6}$$

$a = -3$ donc a < 0 d'où :

$$\mathrm{G}(x) < 0 \; si \; x \in \left]-\infty ; \frac{1-\sqrt{61}}{6}\right[\cup \left]\frac{1+\sqrt{61}}{6} ; +\infty\right[$$

$$\mathrm{G}(x) > 0 \; si \; x \in \left]\frac{1-\sqrt{61}}{6} ; \frac{1+\sqrt{61}}{6}\right[$$

$H(x) = 5x^2 - 10x + 2$

Discriminant : $\Delta = (-10)^2 - 4\times 5\times 2 = 60 = 4\times 15$ → $\Delta > 0$ donc deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10-\sqrt{60}}{2\times 5} = \frac{5-\sqrt{15}}{5} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{10+\sqrt{60}}{2\times 5} = \frac{5+\sqrt{15}}{5}$$

$a = 5$ donc a > 0 d'où :

$$\mathrm{H}(x) > 0 \; si \; x \in \left]-\infty ; \frac{5-\sqrt{15}}{5}\right[\cup \left]\frac{5+\sqrt{15}}{5} ; +\infty\right[$$

$$\mathrm{H}(x) < 0 \; si \; x \in \left]\frac{5-\sqrt{15}}{5} ; \frac{5+\sqrt{15}}{5}\right[$$

$I(x) = 5x^2 + 2x - 7 = 5\left(x^2 + \frac{2}{5}x - \frac{7}{5}\right)$

Solution évidente : $x_1 = 1$ → le produit des deux racines doit être égal à $\frac{-7}{5}$ donc $x_2 = \frac{-7}{5}$

$a = 5$ donc a > 0 d'où :

$$\mathrm{I}(x) > 0 \; si \; x \in \left]-\infty ; \frac{-7}{5}\right[\cup \left]1 ; +\infty\right[$$

$$\mathrm{I}(x) < 0 \; si \; x \in \left]\frac{-7}{5} ; 1\right[$$