RAPPEL : dérivées des fonctions usuelles

fonction :	$f(x)=k$ (constante)	$f(x)=ax+b$	$f(x)=x^n$	$f(x)=\dfrac{1}{x^n}$	$f(x)=\sqrt{x}$
fonction dérivée :	$f'(x)=0$	$f'(x)=a$	$f'(x)=nx^{n-1}$	$f'(x)=\dfrac{-n}{x^{n+1}}$	$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Dans cette fiche, on va utiliser les formules suivantes :

❺ La fonction dérivée de $\dfrac{\mathbf{u}}{\mathbf{v}}$ est la fonction $\dfrac{\mathbf{u'.v-u.v'}}{\mathbf{v^2}}$

❻ La fonction dérivée de $\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{u}}$ est la fonction $\dfrac{\mathbf{-u'}}{\mathbf{u^2}}$

EXERCICE 6B.1

Déterminer la dérivée de la fonction *f* (sous la forme $\dfrac{1}{u}$) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=\dfrac{1}{5x+3}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=$

$u'(x)=$

Donc $f'(x)=$

2. $f(x)=\dfrac{1}{1-3x}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=$

$u'(x)=$

Donc $f'(x)=$

3. $f(x)=\dfrac{1}{2x^3+1}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=$

$u'(x)=$

Donc $f'(x)=$

4. $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=$

$u'(x)=$

Donc $f'(x)=$

5. $f(x)=\dfrac{1}{x^4+3x}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=$

$u'(x)=$

Donc $f'(x)=$

6. $f(x)=\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$, I = [0 ; +∞[

$u(x)=$

$u'(x)=$

Donc $f'(x)=$

EXERCICE 6B.2

Déterminer la dérivée de la fonction *f* (sous la forme $\dfrac{u}{v}$) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x}$, I = [0 ; +∞[

$u(x)=$ $v(x)=$

$u'(x)=$ $v'(x)=$

Donc $f'(x)=$

2. $f(x)=\dfrac{2x-3}{5x+1}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=$ $v(x)=$

$u'(x)=$ $v'(x)=$

Donc $f'(x)=$

3. $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$, I = [0 ; +∞[

$u(x)=$ $v(x)=$

$u'(x)=$ $v'(x)=$

Donc $f'(x)=$

4. $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-3x-4}$, I = $\mathbb{R}/\{-1;4\}$

$u(x)=$ $v(x)=$

$u'(x)=$ $v'(x)=$

Donc $f'(x)=$

CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI – MONTPELLIER

EXERCICE 6B.1

Déterminer la dérivée de la fonction *f* (sous la forme $\frac{1}{u}$) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=\dfrac{1}{5x+3}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=5x+3$

$u'(x)=5$

Donc $f'(x)=\dfrac{-5}{(5x+3)^2}$

2. $f(x)=\dfrac{1}{1-3x}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=1-3x$

$u'(x)=-3$

Donc

$f'(x)=\dfrac{-(-3)}{(1-3x)^2}=\dfrac{3}{(1-3x)^2}$

3. $f(x)=\dfrac{1}{2x^3+1}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=2x^3+1$

$u'(x)=2\times 3x^2=6x^2$

Donc $f'(x)=\dfrac{-6x^2}{\left(2x^3+1\right)^2}$

4. $f(x)=\dfrac{1}{x^2-3x}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=x^2-3x$

$u'(x)=2x-3$

Donc $f'(x)=\dfrac{-(2x-3)}{\left(x^2-3x\right)^2}$

5. $f(x)=\dfrac{1}{x^4+3x}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=x^4+3x$

$u'(x)=4x^3+3$

$f'(x)=\dfrac{-\left(4x^3+3\right)}{\left(x^4+3x\right)^2}$

6. $f(x)=\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$, I = [0 ; +∞[

$u(x)=1+\sqrt{x}$

Si $x>0$: $u'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

$f'(x)=\dfrac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\left(1+\sqrt{x}\right)^2}=-\dfrac{1}{2\sqrt{x}\left(1+\sqrt{x}\right)^2}$

EXERCICE 6B.2

Déterminer la dérivée de la fonction *f* (sous la forme $\frac{u}{v}$) sur l'intervalle I.

1. $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x}$, I =]0 ; +∞[

$u(x)=\sqrt{x}$ $\quad$ $v(x)=x$

$u'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$ $\quad$ $v'(x)=1$

Donc $f'(x)=\dfrac{\frac{1}{2\sqrt{x}}\times x-\sqrt{x}\times 1}{x^2}=\dfrac{\frac{x}{2\sqrt{x}}-\sqrt{x}}{x^2}$

$=\dfrac{\frac{\sqrt{x}}{2}-\sqrt{x}}{x^2}=\dfrac{-\frac{\sqrt{x}}{2}}{x^2}=\dfrac{-\sqrt{x}}{2x^2}$

2. $f(x)=\dfrac{2x-3}{5x+1}$, I = $\mathbb{R}$

$u(x)=2x-3$ $\quad$ $v(x)=5x+1$

$u'(x)=2$ $\quad$ $v'(x)=5$

Donc $f'(x)=\dfrac{2\times(5x+1)-(2x-3)\times 5}{(5x+1)^2}$

$=\dfrac{10x+2-10x+15}{(5x+1)^2}=\dfrac{17}{(5x+1)^2}$

3. $f(x)=\dfrac{x}{1+x}$, I = [0 ; +∞[

$u(x)=x$ $\quad$ $v(x)=1+x$

$u'(x)=1$ $\quad$ $v'(x)=1$

Donc $f'(x)=\dfrac{1\times(1+x)-x\times 1}{(1+x)^2}$

4. $f(x)=\dfrac{x-1}{x^2-3x-4}$, I = $\mathbb{R}/\{-1;4\}$

$u(x)=x-1$ $\quad$ $v(x)=x^2-3x-4$

$u'(x)=1$ $\quad$ $v'(x)=2x-3$

$f'(x)=\dfrac{1\times\left(x^2-3x-4\right)-(x-1)\times(2x-3)}{\left(x^2-3x-4\right)^2}$

$=\dfrac{x^2-3x-4-\left(2x^2-3x-2x+3\right)}{\left(x^2-3x-4\right)^2}$

$=\dfrac{x^2-3x-4-2x^2+3x+2x-3}{\left(x^2-3x-4\right)^2}=\dfrac{-x^2+2x-7}{\left(x^2-3x-4\right)^2}$