

### Exercices sur les arbres de probabilité

#### EXERCICE 1A.1 :

Un groupe d'élèves de 3<sup>ème</sup> comprend 60 % de garçons. Tous les élèves étudient l'anglais en LV1. 40 % des filles et 60 % des garçons étudient l'allemand en LV2.

Tous les élèves qui ne font pas allemand étudient l'espagnol.

- a) Traduire cette situation par un arbre pondéré.
- b) Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard dans la classe soit un garçon qui étudie l'allemand ?
- c) Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard étudie l'espagnol ?

#### EXERCICE 1A.2

Un jeune couple décide de faire 4 enfants, et il s'interroge sur le nombre de filles (F) ou de garçons (G). On considèrera que les deux événements sont équiprobables.

1. **a.** Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles (du 1<sup>er</sup> au 4<sup>ème</sup> enfant).  
**b.** Combien de combinaisons y a-t-il ?
2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :
  - A : « Le premier enfant du couple est un garçon ».
  - B : « le couple a exactement 3 filles ».
  - C : « Le couple a au moins 2 garçons ».
  - D : « L'aîné(e) et le (la) cadet(te) sont de même sexe ».

#### EXERCICE 1A.3

Dans une urne, il y a 3 boules rouges, 2 boules jaunes (J) et une boule bleue (B). On tire successivement 3 boules, sans remise.

1. **a.** Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles de 3 boules.  
**b.** Combien de combinaisons y a-t-il ?
2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :
  - A : « On a 2 boules rouges »                      B : « On a une boule de chaque couleur »
  - C : « On n'a pas de boule bleue »              D : « La première et la dernière boule tirée ont la même couleur ».

#### EXERCICE 1A.4

Dans une boîte se trouvent deux boules blanches, deux boules noires, trois boules rouges. On tire au hasard une boule dans la boîte et, au hasard, sans remise, on en tire une deuxième. On s'intéresse aux deux couleurs tirées, dans l'ordre.

1. Représenter l'expérience par un arbre de probabilités.
2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ? (événement D)
3. Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule rouge ? (événement R)
4. Décrire l'événement  $D \cap R$  par une phrase. Quelle est sa probabilité ?

#### EXERCICE 1A.5

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes, puis on la remet dans le jeu. On tire alors une seconde carte.

- a) Quel est le nombre de résultats possibles ?
- b) Calculer la probabilité des événements suivants :
  - A : les 2 cartes tirées sont rouges
  - B : les 2 cartes tirées sont des trèfles
  - C : les 2 cartes tirées sont de la même couleur
  - D : les 2 cartes tirées sont des as.

**CORRIGE – NOTRE DAME DE LA MERCI - MONTPELLIER**

**EXERCICE 1A.1 :**

Un groupe d'élèves de 3<sup>ème</sup> comprend 60 % de garçons. Tous les élèves étudient l'anglais en LV1. 40 % des filles et 60 % des garçons étudient l'allemand en LV2.

Tous les élèves qui ne font pas allemand étudient l'espagnol.

- Traduire cette situation par un arbre pondéré.
- Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard dans la classe soit un garçon qui étudie l'allemand ?
- Quelle est la probabilité que l'élève choisi au hasard étudie l'espagnol ?

- a)** On va définir 4 évènements :
- G : « l'élève est un garçon »
  - F : « l'élève est une fille »
  - A : « l'élève étudie l'allemand »
  - E : « l'élève étudie l'espagnol »

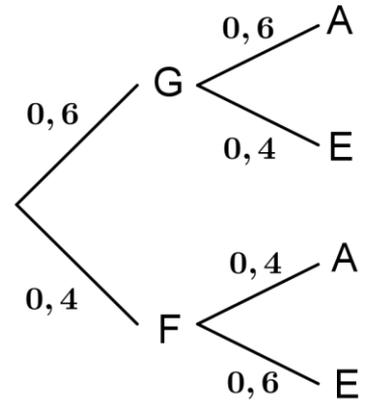
- b)** Loi des probabilités conditionnelles :

$$p(G \cap A) = p(G) \times p_G(A) = 0,6 \times 0,6 = 0,36$$

- c)** G et F forment une partition de l'univers.

D'après la loi des probabilités totales :

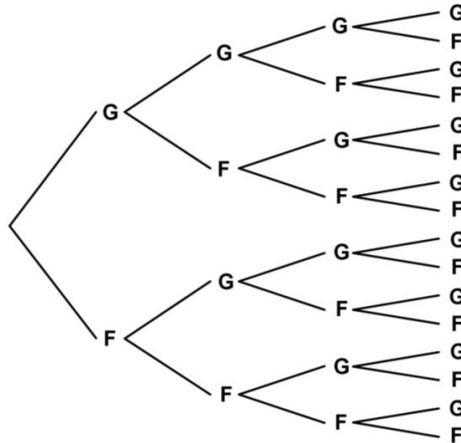
$$\begin{aligned} p(E) &= p(G \cap E) + p(F \cap E) \\ &= p(G) \times p_G(E) + p(F) \times p_F(E) \\ &= 0,6 \times 0,4 + 0,4 \times 0,6 \\ &= 0,48 \end{aligned}$$



**EXERCICE 1A.2**

Un jeune couple décide de faire 4 enfants, et il s'interroge sur le nombre de filles (F) ou de garçons (G). On considèrera que les deux évènements sont équiprobables.

- 1. a.** Construire un **arbre de dénombrement** de toutes les combinaisons possibles (du 1<sup>er</sup> au 4<sup>ème</sup> enfant)



- b.** 16 combinaisons possibles, en tenant compte de l'ordre des naissances.

- 2.** À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des évènements suivants :

A : « Le premier enfant du couple est un garçon » . :

$$p(A) = \frac{\text{nombre de combinaisons où le premier enfant est un garçon}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

B : « le couple a exactement 3 filles » : **(GFFF, FGFF, FFGF, FFFG)**

$$p(B) = \frac{\text{nombre de combinaisons contenant trois filles}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

C : « Le couple a au moins 2 garçons » : **→ moins de deux garçons (GFFF, FGFF, FFGF, FFFG, FFFF)**

$$p(C) = 1 - p(\bar{C}) = 1 - \frac{\text{nombre de combinaisons contenant moins de deux garçons}}{\text{nombre total de combinaisons}} = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$$

D : « L'aîné(e) et le (la) cadet(te) (le ou la deuxième) sont de même sexe ».

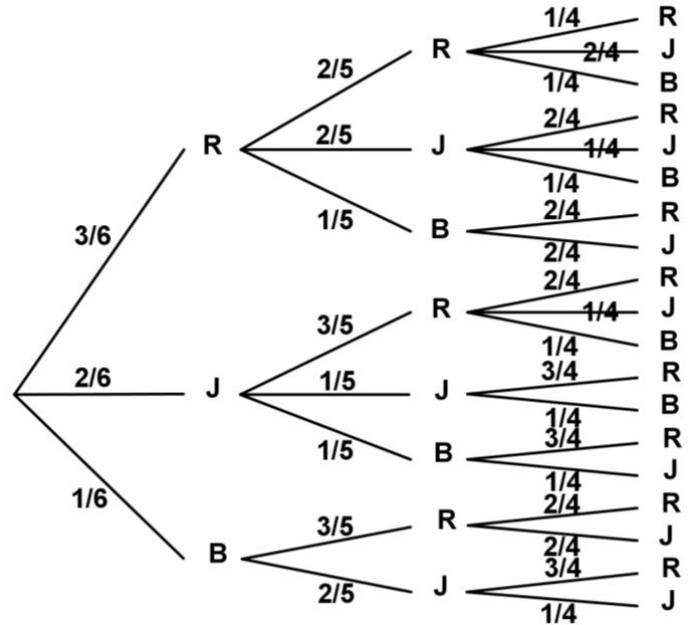
$$p(D) = 1 - \frac{\text{nombre de combinaisons où les deux premiers enfants sont du mêmes sexe}}{\text{nombre total de combinaisons}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

**EXERCICE 1A.3**

Dans une urne, il y a 3 boules rouges, 2 boules jaunes (J) et une boule bleue (B). On tire successivement 3 boules, sans remise.

1. a. Construire un arbre de dénombrement de toutes les combinaisons possibles de 3 boules.

b. On dénombre 19 combinaisons.



2. À l'aide de l'arbre de dénombrement, calculer la probabilité des événements suivants :

A : « On a 2 boules rouges »

B : « On a une boule de chaque couleur »

C : « On n'a pas de boule bleue »

D : « La première et la dernière boule tirée ont la même couleur ».

$$p(A) = p(RRJ) + p(RRB) + p(RJR) + p(RBR) + p(JRR) + p(BRR)$$

$$= \left(\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{3}{6} \times \frac{1}{5} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{2}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{1}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4}\right)$$

$$= \frac{12}{120} + \frac{6}{120} + \frac{12}{120} + \frac{6}{120} + \frac{12}{120} + \frac{6}{120}$$

$$= \frac{54}{120}$$

$$= \frac{9}{20}$$

$$= 0,45$$

**EXERCICE 1A.4 :**

Dans une boîte se trouvent deux boules blanches, deux boules noires, trois boules rouges.

On tire au hasard une boule dans la boîte et, au hasard, sans remise, on en tire une deuxième.

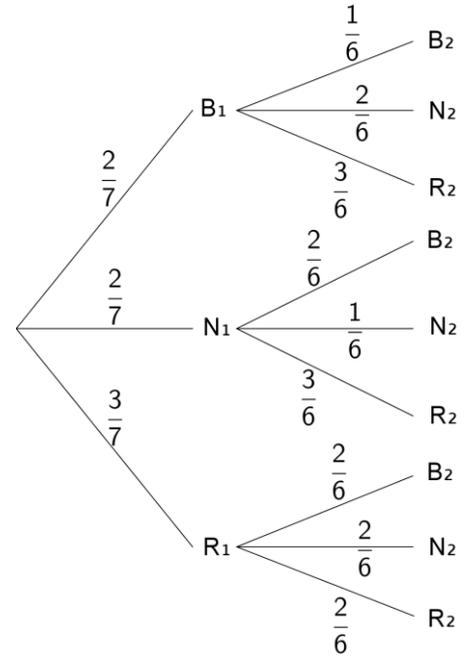
On s'intéresse aux deux couleurs tirées, dans l'ordre.

1. Représenter l'expérience par un arbre de probabilités.

2. Quelle est la probabilité de tirer deux boules de la même couleur ? (événement D)

Loi des probabilités conditionnelles :

$$\begin{aligned}
 p(D) &= p(B_1 \cap B_2) + p(N_1 \cap N_2) + p(R_1 \cap R_2) \\
 &= p(B_1) \times p_{B_1}(B_2) + p(N_1) \times p_{N_1}(N_2) + p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) \\
 &= \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{2}{7} \times \frac{1}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{42} + \frac{2}{42} + \frac{6}{42} \\
 &= \frac{10}{42} = \frac{5}{21}
 \end{aligned}$$



3. Quelle est la probabilité de tirer au moins une boule rouge ? (événement R)

Loi des probabilités conditionnelles :

$$\begin{aligned}
 p(R) &= p(B_1 \cap R_2) + p(N_1 \cap R_2) + p(R_1 \cap B_2) + p(R_1 \cap N_2) + p(R_1 \cap R_2) \\
 &= p(B_1) \times p_{B_1}(R_2) + p(N_1) \times p_{N_1}(R_2) + p(R_1) \times p_{R_1}(B_2) + p(R_1) \times p_{R_1}(N_2) + p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) \\
 &= \frac{2}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{2}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42} + \frac{6}{42} + \frac{6}{42} + \frac{6}{42} + \frac{6}{42} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}
 \end{aligned}$$

4. Décrire l'événement  $D \cap R$  par une phrase. Quelle est sa probabilité ?

$D \cap R$  correspond à l'évènement : « les deux boules sont rouges ».

Loi des probabilités conditionnelles :

$$p(D \cap R) = p(R_1 \cap R_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) = \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$