Inéquations quotients et polynômes

<u>Exercice 1</u> : Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{x^2+x-6}{x-1} \geq 0$$

<u>Etude du numérateur</u> :

$\Delta =$ ………………………………………………………………

$x_1 =$ …………………………… $x_2 =$ ……………………………

$a =$………donc le polynôme est orienté « vers………… …….»

Signe du numérateur :

$x^2+x-6>0$ si $x \in \left]-\infty ;\ldots\ldots\right[\cup \left]\ldots\ldots\right[$

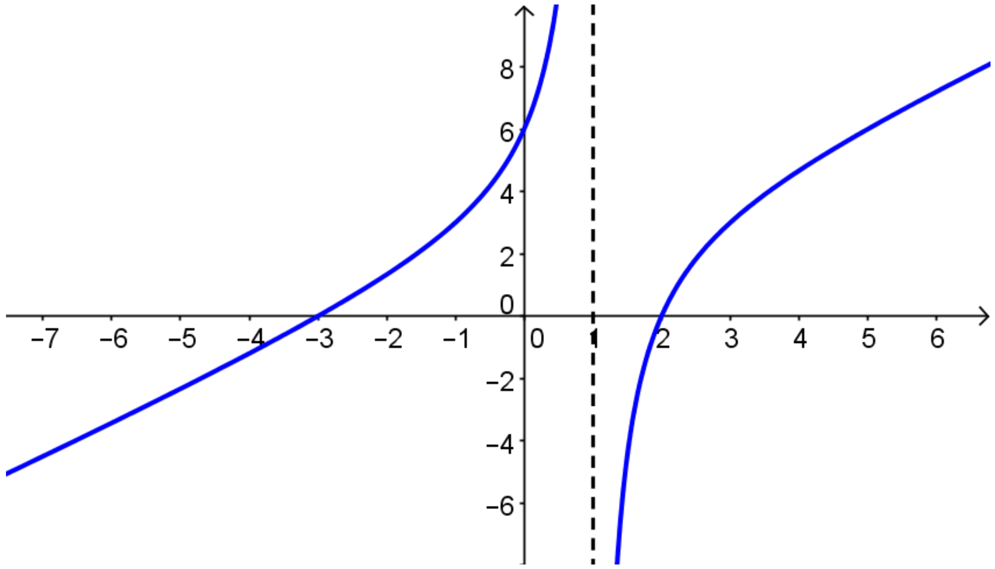
$x^2+x-6<0$ si $x \in \left]\ldots\ldots\right[$

<u>Etude du dénominateur</u> : $x-1>0 \iff x-1 \quad >0 \quad \iff x>$

<u>Tableau de signes</u> : →La valeur interdite est $x=$

x	$-\infty$		$\dots$		$\dots$		$\dots$		$+\infty$
x^2+x-6		$\dots$	0	$\dots$		$\dots$	0	$\dots$	
$x-1$		$\dots$		$\dots$	0	$\dots$		$\dots$	
$\frac{x^2+x-6}{x-1}$		$\dots$		$\dots$		$\dots$		$\dots$	

L'inéquation $\frac{x^2+x-6}{x-1} \geq 0$ a pour solution : $S =$ ……………………………………………



<u>Exercice 2</u> : Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{x^2-4x-12}{(4-x)(x+1)} \leq 0$

CORRIGE – Notre Dame de la Merci - Montpellier

Exercice 1 : Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{x^2+x-6}{x-1} \geq 0$$

Etude du numérateur :

→ $\Delta = 1^2 - 4\times 1\times(-6) = 1+24 = 25 = 5^2$ → $\Delta > 0$

$x_1 = \frac{-1-5}{2\times 1} = \frac{-6}{2} = -3$ et $x_2 = \frac{-1+5}{2\times 1} = \frac{4}{2} = 2$

$a=1$ donc la parabole est orientée « vers le haut »

Signe du numérateur :

$x^2+x-6>0$ si $x \in]-\infty;-3[\cup]2;+\infty[$

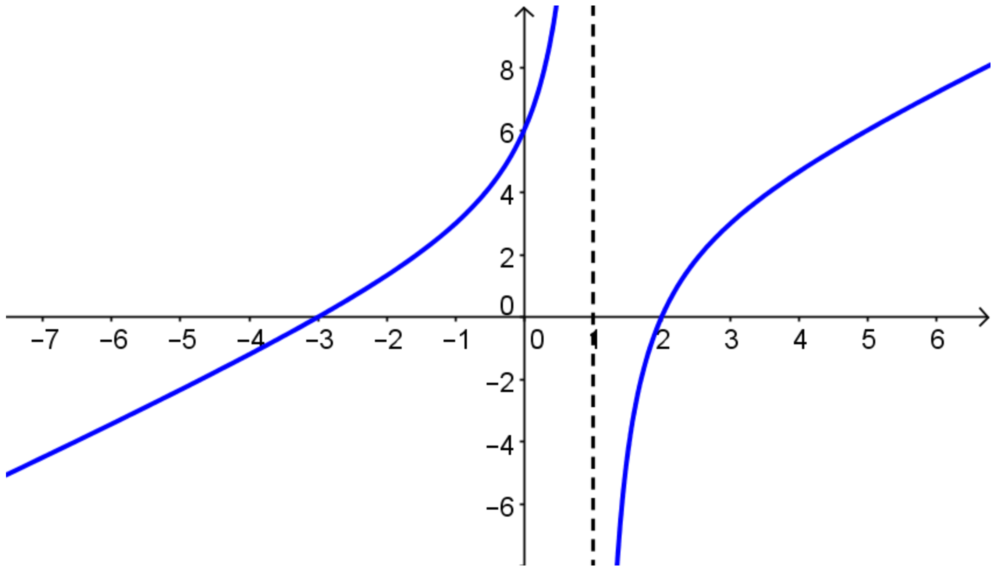
$x^2+x-6<0$ si $x \in]-3;2[$

Etude du dénominateur : $x-1>0 \Leftrightarrow x-1+1>0+1 \Leftrightarrow x>1$

Tableau de signes : →La valeur interdite est $x=1$

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
x^2+x-6		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x^2+x-6}{x-1}$		$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

L'inéquation $\frac{x^2+x-6}{x-1} \geq 0$ a pour solution : $S = [-3;1[\cup [2;+\infty[$



Exercice 1 : Résoudre l'inéquation suivante :

$$\frac{x^2-4x-12}{(4-x)(x+1)} \leq 0$$

Etude du numérateur :

→ $\Delta = (-4)^2 - 4\times 1\times(-12) = 16+48 = 64 = 8^2$ → $\Delta > 0$

$x_1 = \frac{-(-4)-8}{2\times 1} = \frac{4-8}{2} = -2$ et $x_2 = \frac{-(-4)+8}{2\times 1} = \frac{4+8}{2} = 6$

$a=1$ donc la parabole est orientée « vers le haut »
Signe du numérateur :

$$x^2+x-6>0 \quad \text{si} \quad x\in\,]-\infty;-2[\,\cup\,]6;+\infty[$$

$$x^2+x-6<0 \quad \text{si} \quad x\in\,]-2;6[$$

<u>Etude du dénominateur</u> :

$$4-x>0 \quad \Leftrightarrow \quad -x>-4 \quad \Leftrightarrow \quad -x\times(-1)<-4\times(-1) \quad \Leftrightarrow \quad x<4$$

$$x+1>0 \quad \Leftrightarrow \quad x+1-1>0-1 \quad \Leftrightarrow \quad x>-1$$

<u>Tableau de signes</u> : →Les valeurs interdites sont $x=4$ et $x=-1$.

x	$-\infty$		-2		-1		4		6		$+\infty$
$x^2-4x-12$		+	0	–		–		–	0	+	
$4-x$		+		+		+	0	–		–	
$x+1$		–		–	0	+		+		+	
$\dfrac{x^2-4x-12}{(4-x)(x+1)}$		–	0	+	$\|$	–	$\|$	+	0	–	

L’inéquation $\dfrac{x^2-4x-12}{(4-x)(x+1)}\leq 0$ a pour solution : $S=\,]-\infty;-2]\cup\,]-1;4[\,\cup[6;+\infty[$