1ère générale

Notre Dame de La Merci

Interrogation sur les équations de tangentes

Exercice 1 :

Soit la fonction *f* définie par $f(x) = x^2 - 4x + 2$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction *f* au point d'abscisse $x = 1$.

Exercice 2 :

Soit la fonction *f* définie par $f(x) = \frac{4}{x} - 3$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction *f* au point d'abscisse $x = -2$.

1$^{\text{ère}}$ générale

CORRIGE – Notre Dame de La Merci – Montpellier

Exercice 1 :

Soit la fonction *f* définie par $f(x)=x^2-4x+2$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction *f* au point d'abscisse $x=1$.

1) Calculer $f(1)=1^2-4\times1+2=1-4+2=-1$ d'où le point $\mathrm{A}(1;-1)$

2) Calcul de la dérivée $f'(1)$

Première méthode

Soit un point $\mathrm{M}(1+h;f(1+h))$ appartenant à C_f.

Le coefficient directeur de la droite (AM) est :

$$a=\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\frac{(1+h)^2-4\times(1+h)+2-(-1)}{h}=\frac{1+2h+h^2-4-4h+3}{h}=\frac{h^2-2h}{h}=h-2$$

Donc $f'(1)=\lim\limits_{h\to0}h-2=-2$

Deuxième méthode

Soit un point $\mathrm{M}(x;y)$ appartenant à C_f.

Le coefficient directeur de la droite (AM) est :

$$a=\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\frac{x^2-4x+2-(-1)}{x-1}=\frac{x^2-4x+3}{x-1}$$

Discriminant : $\Delta=(-4)^2-4\times1\times3=16-12=4=2^2$

Racines : $x_1=\frac{4-2}{2}=\frac{2}{2}=1$ et $x_2=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3$

Donc : $a=\frac{x^2-4x+3}{x-1}=\frac{(x-1)(x-3)}{x-1}=x-3$

Par passage à la limite, on obtient le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse : $x=1$

$$f'(1)=\lim_{x\to1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to1}(x-3)=-2$$

3) Détermination de l'équation de la tangente au point d'abscisse 1 :

$T:=f'(1)\times(x-1)+f(1)=-2(x-1)+(-1)=-2x+2-1=-2x+1$

Exercice 2 :

Soit la fonction *f* définie par $f(x)=\frac{4}{x}-3$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentant la fonction *f* au point d'abscisse $x=-2$.

1) Calculer $f(-2)=\frac{4}{-2}-3=-2-3=-5$ d'où le point $\mathrm{A}(-2;-5)$

2) Calcul de la dérivée $f'(-2)$

Première méthode

Soit un point $\mathrm{M}(-2+h;f(-2+h))$ appartenant à C_f.

Le coefficient directeur de la droite (AM) est :

$$a=\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=\frac{\frac{4}{-2+h}-3-(-5)}{h}=\frac{\frac{4}{-2+h}+2}{h}=\frac{\frac{4}{-2+h}+\frac{2\times(-2+h)}{1\times(-2+h)}}{h}$$

$$=\frac{\frac{4}{-2+h}+\frac{-4+2h}{-2+h}}{h}=\frac{\frac{2h}{-2+h}}{\frac{h}{1}}=\frac{2h}{-2+h}\times\frac{1}{h}=\frac{2}{-2+h}$$

Donc $f'(-2)=\lim_{h\to0}\frac{2}{-2+h}=-1$

Deuxième méthode

Soit un point $\mathrm{M}(x;y)$ appartenant à C_f .

Le coefficient directeur de la droite (AM) est :

$$a=\frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\frac{\frac{4}{x}-3-(-5)}{x+2}=\frac{\frac{4}{x}+2}{x+2}=\frac{\frac{4}{x}+\frac{2x}{x}}{x+2}=\frac{\frac{4+2x}{x}}{x+2}=\frac{4+2x}{x}\times\frac{1}{x+2}=\frac{2(2+x)}{x(x+2)}=\frac{2}{x}$$

Par passage à la limite, on obtient le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse : $x=-2$

$$f'(-2)=\lim_{x\to-2}\frac{f(x)-f(-2)}{x-(-2)}=\lim_{x\to-2}\frac{2}{x}=\frac{2}{-2}=-1$$

3) Détermination de l'équation de la tangente au point d'abscisse 1 :

$T:=f'(-2)\times(x-(-2))+f(-2)=-1(x+2)+(-5)=-x-2-5=-x-7$